# Identità ed equazioni

*È sempre vera l'affermazione: "La somma di un numero e del suo doppio è uguale al triplo del numero stesso"?*

Rispondiamo che è sempre vera.
Infatti, se indichiamo con $x$ il numero, l'**uguaglianza letterale** che ne deriva è verificata per qualsiasi valore attribuito alla lettera $x$.

$$\underbrace{x + 2x}_{\text{primo membro}} = \underbrace{3x}_{\text{secondo membro}}$$

Verifichiamo:

- per $x = 5$ $\quad x + 2x = 3x$ diventa: $5 + 2 \cdot (5) = 3 \cdot (5)$ e cioè $5 + 10 = 15$ quindi: $\mathbf{15 = 15}$
- per $x = -1$ $\quad x + 2x = 3x$ diventa: $-1 + 2 \cdot (-1) = 3 \cdot (-1)$ e cioè $-1 - 2 = -3$ quindi: $\mathbf{-3 = -3}$

Un'uguaglianza letterale di questo tipo si chiama **identità**.

**Definizione**

**Un'identità è un'uguaglianza tra due espressioni, di cui almeno una letterale, verificata qualunque sia il valore attribuito alla lettera o alle lettere che vi compaiono.**

Consideriamo ora la frase "Trovare il numero che aggiunto a 2 dà 6" e trasformiamola nella seguente uguaglianza:

$$x + 2 = 6$$

Osserviamo facilmente che essa è vera solo se a $x$ assegniamo il valore 4 perché solo 4 aggiunto a 2 dà 6.
Non ci sono altri valori di $x$ che rendono vera l'uguaglianza.
Un'uguaglianza letterale di questo tipo si chiama **equazione**.

**Definizione**

**Un'equazione è un'uguaglianza tra due espressioni, di cui almeno una letterale, che è verificata solo per particolari valori delle lettere che vi figurano.**

Riepilogando, otteniamo il seguente schema:

**Identità** → uguaglianza sempre vera per **qualsiasi** valore delle lettere.
**Equazione** → uguaglianza vera solo per **alcuni** valori delle lettere.



**1** **Completa le frasi seguenti.**

a. L'uguaglianza $5x - 2x = 3x$ è un'............ perché il primo ............ è sempre ............ al ............ membro, qualunque sia il ............ della lettera ............
b. L'uguaglianza $x + 7 = 10$ è un'............ perché è vera solo se alla lettera $x$ si assegna il valore ......

**2** **Verifica che ciascuna delle seguenti scritture è un'identità, assegnando alla lettera $x$ i valori 2 e −1 e altri due a tua scelta.**

| identità | verifica per $x = 2$ | verifica per $x = -1$ |
|---|---|---|
| $5x + x = 6x$ | | |
| $x - 4x = -3x$ | | |
| $4(x + 2) = 4x + 8$ | | |

**3** **L'INSEGNANTE CHIEDE**

Quali delle seguenti uguaglianze sono identità?
Quali sono equazioni?

Scrivi a fianco di ciascuna uguaglianza la risposta corretta.

$2x + x = 3x$ ............
$x - 12 = 4$ ............
$x + 1 = 9$ ............
$x + x + x = 3x$ ............
$5x = 15$ ............
$-3x + x = -2x$ ............

**4** **Completa, traducendo ciascuna equazione nel corrispondente enunciato.**

a. $x + 8 = 13$ si traduce nella frase: "Trovare un ............ che ............ a 8 dà per risultato ............
b. $10 - x = 6$ si traduce nella frase: "Trovare un ............ che ............ a 10 dà per risultato ............
c. $-9 + x = 2$ si traduce nella frase: "Trovare un ............ che ............ a −9 dà per risultato ............

**5** **IL LINGUAGGIO ALGEBRICO**

**Ciascun enunciato è rappresentato dall'equazione scritta a fianco. Completa, scrivendo il valore di $x$. Procedi intuitivamente.**

| enunciato | linguaggio algebrico | il numero è: |
|---|---|---|
| Trovare il numero che aggiunto a 3 dà 9. | $3 + x = 9$ | |
| Per quale numero occorre moltiplicare 2 per ottenere 18? | $2x = 18$ | |
| Quale numero occorre aggiungere a −5 per ottenere −7? | $-5 + x = -7$ | |
| Quale numero aggiunto al suo doppio dà per risultato 15? | $x + 2x = 15$ | |
| Trovare il numero che moltiplicato per −8 è uguale a −32. | $-8x = -32$ | |

**6** **IL PROBLEMA DI OGGI** **A merenda da Teresa**

Teresa offre ai 5 amici che sono venuti a trovarla una fetta di torta fatta in casa. Se ha già tagliato 2 fette, quante ne deve ancora tagliare per darne una a ciascuno dei suoi amici e tenerne una per sé? Rappresenta la situazione con un'equazione.

Mi esercito a p. 258

# Generalità sulle equazioni

*Sul piatto di sinistra di una bilancia in equilibrio ci sono una mela e un peso da 20 grammi e sul piatto di destra un peso da 100 grammi. Qual è l'equazione che consente di calcolare il peso della mela?*


È facile rispondere a questa domanda.
Indicando con $x$ il peso della mela, l'equazione è:

$$\underbrace{x+20}_{\text{primo membro}} = \underbrace{100}_{\text{secondo membro}}$$

**Linguaggio matematico**
La lettera o le lettere che figurano in un'equazione si dicono **incognite**. Tutti i termini che non contengono le incognite si dicono **termini noti** e nell'esempio sono i numeri 20 e 100.
Si dicono equazioni **a una**, **a due**, **a tre**, ... **incognite** quelle che contengono rispettivamente una, due, tre, ... incognite.

**Esempi**
**a.** $7 = 2 - x$ è un'equazione a una incognita
**b.** $x + 4y = -5$ è un'equazione a due incognite

Si chiama **grado** di un'equazione il grado maggiore dei monomi che formano l'equazione.

**Esempi**
**a.** $6x - 1 = 2$ è un'equazione di **primo** grado
**b.** $x^2 - 3x = 4$ è un'equazione di **secondo** grado
**c.** $x^3 - x^2 = x + 1$ è un'equazione di **terzo** grado

**Linguaggio matematico**
I valori che *soddisfano* un'equazione, ossia che rendono il primo membro dell'equazione uguale al secondo, si chiamano **soluzioni** o **radici** dell'equazione.
L'insieme di tutte le soluzioni di un'equazione è il **dominio** dell'equazione.

**Esempi**
**a.** La soluzione dell'equazione $x + 7 = 9$ è $x = 2$, come puoi facilmente verificare.
**b.** La soluzione dell'equazione $x + 6 = 2$ è $x = -4$.

Poiché la soluzione della prima equazione è il numero naturale 2 e quella della seconda è il numero intero negativo $-4$, si dice che il dominio della prima equazione è l'insieme $N$ e il dominio della seconda è l'insieme $Z$.

**Linguaggio matematico**
**Risolvere** un'equazione significa trovare tutte le sue soluzioni. Noi risolveremo equazioni di primo grado a una incognita, che hanno sempre una sola soluzione.



**1** **Considera l'equazione $2x - 1 = 6x$ e completa le frasi seguenti.**
Il primo membro è .................................
Il secondo membro è .................................
I termini con l'incognita sono .................................
I termini che non contengono l'incognita si chiamano .................................
Il termine noto è .................................

**2** **Scrivi l'equazione avente come primo membro l'espressione $5x + 2$ e come secondo membro $-x + 3$.** .................................
**Quali sono i termini con l'incognita?** .................................
**Quali i termini noti?** .................................

**3** **Data l'equazione $-9y + 6 = 5$, completa le frasi seguenti.**
L'incognita dell'equazione è la lettera .................................
I termini noti sono .................................
L'equazione è a una incognita perché .................................

**4** **Completa le frasi seguenti.**
L'equazione $5x + x = 11$ si dice a una incognita perché .................................
L'equazione $2x - y = 3$ si dice a .......... incognite perché .................................

**5** **A fianco di ciascuna equazione scrivi il grado corrispondente.**
a. $6x + 2 = x - 1$ ..........
b. $3x^2 - x = x^3 + 3$ ..........
c. $2xy - y = 0$ ..........
d. $5x^3y + 1 = x - 3$ ..........

**6** **Indica la risposta corretta. Procedi per tentativi.**
a. Considera i valori $x = 3$, $x = -2$, $x = -1$, $x = 2$ e stabilisci qual è quello che verifica l'equazione $5x - 2 = 8$.
A $-2$ B $-1$ C $3$ D $2$
b. La soluzione dell'equazione $4x - 6 = 14$ è $x = 5$, come puoi facilmente verificare. Quale insieme numerico costituisce il suo dominio?
A $Z$ B $N$ C $Q$ D $I$
c. La soluzione dell'equazione $3x = 7$ è $x = \frac{7}{3}$. Quale insieme numerico costituisce il suo dominio?
A $Z$ B $N$ C $Q$ D $I$
d. La soluzione dell'equazione $x + 9 = 6$ è $x = -3$. Quale insieme numerico costituisce il suo dominio?
A $Z$ B $N$ C $Q$ D $I$

**7** **IL PROBLEMA DI OGGI** **La bilancia in equilibrio**
Osserva la figura a fianco. Quale equazione rappresenta?
Riconoscila tra quelle proposte qui di seguito.
A $4x + 2 = 18$
B $x + 4 = 8 + 10$
C $2x + 4 = 8 + 10$
L'equazione corretta è .................................


Mi esercito a p. 260

# Primo principio di equivalenza

*Perché una bilancia a due piatti stia in equilibrio occorre fare in modo che "tutto ciò che si aggiunge o si toglie in un piatto debba essere aggiunto o tolto anche nell'altro". Prendendo in considerazione questo criterio, c'è qualcosa in algebra che può essere paragonato a una bilancia in equilibrio?*

Diciamo subito che due equazioni che hanno le **stesse soluzioni** si dicono **equivalenti**.

Esistono delle regole che consentono di trasformare una data equazione in un'altra a essa equivalente.

Queste scaturiscono da due principi di equivalenza delle equazioni.
Qui esamineremo il *primo principio di equivalenza*.

Disegniamo un modello di bilancia per l'equazione $x + 3 = 8$, la cui soluzione è $x = 5$.


Aggiungendo ai due piatti della bilancia uno stesso peso, per esempio **1 g**, si ottiene l'equazione:

$$x + 3 + 1 = 8 + 1 \qquad \text{cioè } x + 4 = 9$$

che ha come soluzione ancora $x = 5$.

Togliendo ai due piatti della bilancia uno stesso peso, per esempio **1 g**, si ottiene l'equazione:

$$x + 3 - 1 = 8 - 1 \qquad \text{cioè } x + 2 = 7$$

che ha come soluzione ancora $x = 5$.

Addizionando o sottraendo a entrambi i membri una stessa espressione letterale contenente l'incognita, per esempio $x$, si ottiene l'equazione:

$$x + 3 + x = 8 + x \qquad \text{cioè } 2x + 3 = 8 + x$$

che ha come soluzione ancora $x = 5$.

Le osservazioni precedenti ci consentono di enunciare il **primo principio di equivalenza**.

## Primo principio di equivalenza

**Addizionando o sottraendo ai due membri di un'equazione uno stesso numero o una stessa espressione letterale contenente l'incognita, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.**



**1** Le equazioni che ammettono le stesse soluzioni si dicono .................................

**2** Se si aggiunge o si toglie ai due membri di un'equazione uno stesso .................... si ottiene un'equazione .................... a quella data. Questo principio si chiama: ....................

**3** Stefano ha realizzato il modello di bilancia riportato qui a fianco per rappresentare un'equazione.


a. Qual è questa equazione? ....................
b. Aggiungi 2 g a entrambi i membri e scrivi l'equazione corrispondente: ....................
c. Sottrai all'equazione di partenza 3 g ai due membri e scrivi l'equazione corrispondente: ....................
d. Come si chiamano le equazioni che hai ottenuto rispetto a quella data? ....................

**4** Addiziona ai due membri di ciascuna equazione il numero 3. Come si chiamano le equazioni che si ottengono? ....................

a. $x + 5 = 11$ ....................  c. $x - 2 = 4$ ....................
b. $2x + 2 = 6$ ....................  d. $-3x + 1 = 7$ ....................

**5** Sottrai ai due membri di ciascuna equazione il numero 2. Come si chiamano le equazioni che si ottengono? ....................

a. $x + 6 = 8$ ....................  c. $-2x + 2 = 6$ ....................
b. $x - 4 = -1$ ....................  d. $5x + 1 = -4$ ....................

**6** L'INSEGNANTE CHIEDE

Ai due membri dell'equazione $x - 7 = 3$ è stato aggiunto un numero per ottenere l'equazione equivalente $x - 9 = 1$. Qual è questo numero?

Rispondono tre alunni.
Sara dice 2.
Andrea pensa sia 3.
Mauro dice $-2$.
Chi ha risposto correttamente?

**7** IL PROBLEMA DI OGGI Paolo "il creativo" della III C.

Quale equazione ottieni se sottrai 3 ai due membri dell'equazione $x + 8 = 12$? Ecco il modello di risoluzione inventato da Paolo.

$x + 8 = 12$
$-3 \quad -3$ sottraggo 3 a entrambi i membri
$x + 5 = 9$ equazione equivalente a quella data

Utilizza il modello dell'esercizio precedente e rispondi alle domande.

a. Quale equazione ottieni se aggiungi 6 ai due membri dell'equazione $x - 7 = 13$?
b. Quale equazione ottieni se sottrai 3 ai due membri dell'equazione $3x + 6 = -5$?
c. Quale equazione ottieni se aggiungi $-2$ ai due membri dell'equazione $x + 9 = -3$?
d. Quale equazione ottieni se aggiungi $3x$ ai due membri dell'equazione $x + 2 = -5x$?

Mi esercito a p. 261

# Applicazioni del primo principio di equivalenza

Dal primo principio di equivalenza scaturiscono due importanti **conseguenze**, che saranno utili per la risoluzione di equazioni.

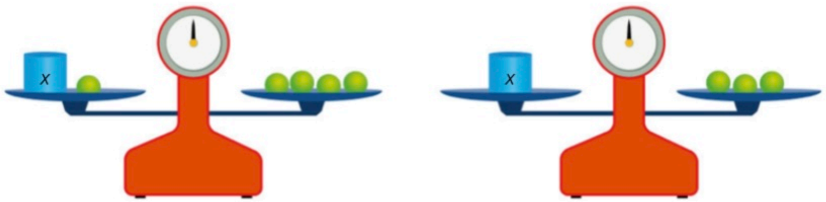
### Trasporto dei termini da un membro all'altro

Consideriamo l'equazione $x + 1 = 4$, la cui soluzione è $x = 3$.
Se applichiamo il primo principio di equivalenza togliendo ai due membri dell'equazione il numero 1, otteniamo:

$x+\cancel{1}-\cancel{1}=4-1$ cioè $x=4-1$

L'equazione ottenuta è equivalente a quella data, infatti ha la stessa soluzione $x = 3$.
In pratica, siamo passati dall'equazione $x + 1 = 4$ all'equazione $x = 4 - 1$ *trasportando* il termine $+1$ dal primo al secondo membro, cambiandolo di segno.

I seguenti modelli visualizzano tale situazione: le due bilance sono in equilibrio.




$x + 1 = 4$ togliendo 1 ai due membri si ha: $x = 4 - 1$ cioè $x = 3$

**Regola**
**In un'equazione si può trasportare un termine da un membro all'altro, purché lo si cambi di segno (regola del trasporto); l'equazione che si ottiene è equivalente a quella data.**

### Soppressione di termini uguali

Data l'equazione $7x - 5 = 14 - 5$ possiamo eliminare il termine $-5$, perché figura con lo stesso segno in entrambi i membri, e ottenere l'equazione equivalente $7x = 14$.
Infatti, se eseguiamo il trasporto di $-5$ dal primo al secondo membro, cambiandolo di segno, abbiamo $7x = 14 - 5 + 5$ cioè $7x = 14$.

**Regola**
**Se nei due membri di un'equazione compaiono due termini uguali, essi possono essere eliminati.**





**1 Completa le frasi seguenti.**

a. Come si chiama la regola che scaturisce dal primo principio di equivalenza? ..........

b. In un'equazione, se si trasporta un termine da un membro all'altro, si ottiene un'equazione .......... a quella data.

c. L'equazione $x - 2 = 10$ è equivalente all'equazione $x = 10 + 2$ ottenuta trasportando il termine .......... dal .......... membro al .......... cambiandolo di ..........

d. L'equazione $3x + 5 = 4 - x$ è .......... all'equazione $3x + x + 5 = 4$ ottenuta trasportando il termine .......... dal .......... membro al .......... cambiandolo di ..........

e. L'equazione $2x - 7 = 5x + 3$ è equivalente all'equazione $2x - 5x = 3 + 7$ ottenuta trasportando i termini $5x$ e $-7$ rispettivamente dal .......... membro al .......... cambiandolo di .......... e dal .......... al .......... cambiandolo di ..........

**2 Applica a ciascuna delle seguenti equazioni la regola del trasporto, in modo tale da porre tutti i termini con l'incognita al primo membro e tutti i termini noti al secondo membro.**

$6x - 5 = 4x + 3$

$6x - 4x = 3 + 5$ *trasporto $4x$ dal secondo membro al primo membro e diventa $-4x$*
*trasporto $-5$ dal primo membro al secondo membro e diventa $+5$*

$2x = 8$ *eseguo i calcoli*

a. $3x - 2 = 4$ ..........

b. $7x + 6 = 3x - 2$ ..........

c. $5x - 3 = 2x + 1$ ..........

d. $9x - 10 = -4x - 3$ ..........

e. $\frac{5}{4}x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ ..........

**3 Completa la frase seguente.**

In un'equazione, se si eliminano i termini uguali che compaiono nei due membri, si ottiene un'equazione .......... a quella data.

**4 Stabilisci quali termini si possono eliminare nei due membri delle seguenti equazioni, motivando la risposta e scrivendo l'equazione che si ottiene.**

a. $5 - 6x + 3x = 3x - x + 8$ ..........

b. $3 - 2x + 5 = -5 + 2x + 3$ ..........

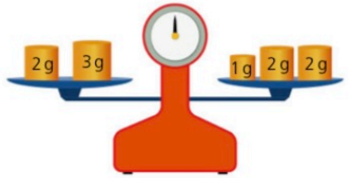
c. $7x - 2 + 1 = -2 - 7x$ ..........

d. $-3x + 4 - x = -1 - x + 4$ ..........

$2x - 3 = 5x - 3 + 2$
Il termine che si può eliminare è $-3$ perché figura nei due membri con lo stesso segno.
L'equazione diventa $2x = 5x + 2$.

**5 IL PROBLEMA DI OGGI Il giusto peso**

Una bilancia è in equilibrio come in figura: su un piatto della bilancia c'è un peso da 2 g e uno da 3 g, sull'altro uno da 1 g e due pesi da 2 g ciascuno.
Quali pesi puoi togliere da ciascun piatto in modo che la bilancia sia in equilibrio?




Mi esercito a p. 263

# Secondo principio di equivalenza


Disegniamo un modello di bilancia per l'equazione $4x = 12$, la cui soluzione è $x = 3$.

- Moltiplichiamo entrambi i membri dell'equazione per uno stesso numero, per esempio **2**:

  $4x \cdot 2 = 12 \cdot 2$

  L'equazione ottenuta, $8x = 24$, è equivalente a quella data perché ha la stessa soluzione $x = 3$.
- Dividiamo ora i due membri dell'equazione per uno stesso numero, per esempio **2**; abbiamo:

  $$\frac{4x}{2} = \frac{12}{2}$$

L'equazione ottenuta, $2x = 6$, è equivalente a quella data perché la soluzione è ancora $x = 3$.
In generale, possiamo enunciare il **secondo principio di equivalenza**.

## Secondo principio di equivalenza

**Moltiplicando o dividendo i due membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.**

Dal secondo principio di equivalenza discendono due importanti conseguenze.

### Cambiamento dei segni dei termini

Consideriamo l'equazione $-x + 3 = -4$ e moltiplichiamo entrambi i membri per $-1$, cioè $x - 3 = 4$.

L'equazione ottenuta, per il secondo principio, è equivalente a quella data e, rispetto a quest'ultima, ha **tutti i termini cambiati di segno**. Dunque possiamo affermare che:

**Regola**
Se si cambia il segno a ogni termine di un'equazione, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

### Riduzione di un'equazione in forma intera

Consideriamo ora l'equazione $\frac{1}{2}x = -\frac{3}{4}$, nella quale compaiono termini con coefficienti frazionari, e moltiplichiamo entrambi i membri per il m.c.m. dei denominatori:

$\frac{1}{2}x = -\frac{3}{4}$ trovo il m.c.m.(2; 4) = 4

$\cancel{4}^{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}_{1}}x\right) = \cancel{4}^{1}\left(-\frac{3}{\cancel{4}_{1}}\right)$ moltiplico entrambi i membri dell'equazione per il m.c.m. e semplifico le frazioni

$2x = -3$ questa equazione è equivalente a quella data

L'equazione ottenuta $2x = -3$ è equivalente a quella data per il secondo principio ed è più semplice perché i coefficienti dei suoi termini sono tutti numeri interi.

**Regola**
Un'equazione in cui figurano termini con coefficienti frazionari si può trasformare in un'altra equivalente, con tutti i coefficienti interi, moltiplicando entrambi i membri per il m.c.m. dei denominatori.



**1** **Completa le frasi seguenti.**

a. In un'equazione, se si moltiplicano o ........ i due ........ per un ........ diverso da ........, si ottiene un'equazione ........ a quella data. Questa proprietà si chiama ........ .

b. L'equazione $x + 5 = 9$ è equivalente a $2x + 10 = 18$ perché questa è stata ottenuta dalla prima moltiplicando i due membri per ........ .

c. L'equazione $12x + 6 = 3$ è equivalente a $4x + 2 = 1$. Infatti, quest'ultima è stata ottenuta dalla prima dividendo entrambi i membri per ........ .

**2** **Associa ciascuna equazione dello schema A alla corrispondente equazione equivalente dello schema B, ottenuta in base al secondo principio di equivalenza.**

| A | B |
|---|---|
| $3x - 2 = 4$ | $x + 3 = 3x$ |
| $2x + 6 = 6x$ | $6x - 4 = 8$ |
| $3x + 3 = 9$ | $x - 3 = 2$ |
| $5x - 15 = 10$ | $2x + 1 = 7x$ |
| $4x + 2 = 14x$ | $x + 1 = 3$ |

**3** **Le due equazioni $-2x + 1 = -7$ e $2x - 1 = 7$ sono equivalenti perché entrambe hanno per soluzione $x = 4$. Sai spiegare in base a quale principio? Dalla prima come è stata ottenuta la seconda?**

**4** **Quale operazione si esegue per passare dall'equazione $\frac{x+5}{3} = \frac{2}{3}x$ all'equazione $x + 5 = 2x$?**

A Si moltiplicano i due membri per 3.
B Si dividono i due membri per 6.
C Si moltiplicano i due membri per 6.

**5** **Applicando il secondo principio di equivalenza trasforma le seguenti equazioni nelle corrispondenti equazioni equivalenti, ma con coefficienti interi.**

a. $\frac{3}{5}x = \frac{1}{2}$  b. $\frac{2}{3}x = -\frac{1}{4}$  c. $\frac{5}{2}x = \frac{2}{3}$  d. $-\frac{3}{4}x = \frac{5}{2}$

**6** **IL PROBLEMA DI OGGI** La bilancia misteriosa

Veronica ha realizzato il modello di bilancia qui sotto riportato per rappresentare un'equazione.


a. Qual è questa equazione? ........
b. Moltiplica per 3 entrambi i membri e scrivi l'equazione corrispondente. ........
c. Dividi per 2 i due membri e scrivi l'equazione corrispondente. ........
d. Come si chiamano le equazioni che hai ottenuto da quella data? ........

Mi esercito a p. 265

# APPLICO IL METODO

## Risoluzione di un'equazione di primo grado

Molte equazioni sono difficili da risolvere mentalmente.
Per semplificarle si applicano i principi di equivalenza sino a ottenere la forma più semplice, detta **forma normale**.
Esempi di equazioni che si presentano nella forma normale sono:


$3x = 12 \qquad 2x = -6 \qquad 4x = 5$

In generale, la forma normale di un'equazione di primo grado a un'incognita è la seguente:

$$\underset{\substack{\uparrow\\ \text{coefficiente}\\ \text{dell'incognita}}}{a}x = \underset{\substack{\uparrow\\ \text{termine}\\ \text{noto}}}{b}$$

dove ***a*** indica il coefficiente dell'incognita, diverso da zero, e ***b*** il termine noto.

**Definizione**

**Equazioni che hanno un solo termine con la *x* al primo membro e un solo numero al secondo membro si dicono ridotte a forma normale.**

La soluzione di un'equazione ridotta a forma normale si ottiene dividendo per *a* entrambi i membri dell'equazione $ax = b$ (secondo principio di equivalenza).
Quindi si ha:

$$x = \frac{b}{a}$$

La **soluzione** di un'equazione di primo grado nell'incognita *x*, ridotta a forma normale, si ottiene dividendo il termine noto per il coefficiente dell'incognita.

**Esempi**

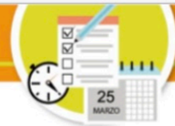
**a.** Data l'equazione:

| | |
|---|---|
| $x + 5x - 3 = 2x + 5$ | |
| $x + 5x - 2x = 5 + 3$ | applico la regola del trasporto |
| $4x = 8$ | riduco i termini simili |
| | scrivo la formula normale |
| $x = \frac{8}{4} = 2$ | trovo la soluzione |

**b.** Data l'equazione:

| | |
|---|---|
| $\frac{2x-5}{3} = \frac{1}{2} - x$ | trovo il m.c.m. dei denominatori, che è 6 |
| $\cancel{6}^2 \cdot \frac{2x-5}{\cancel{3}_1} = \cancel{6}^3 \cdot \frac{1}{\cancel{2}_1} - 6x$ | moltiplico entrambi i membri per 6 (secondo principio) e semplifico opportunamente |
| $4x - 10 = 3 - 6x$ | applico la regola del trasporto |
| $4x + 6x = 3 + 10$ | scrivo la forma normale |
| $10x = 13$ | |
| $x = \frac{10}{13}$ | trovo la soluzione |





Esercizi interattivi

**1** Completa le frasi seguenti.

**a.** La forma normale generica di un'equazione di primo grado è ........, dove *a* rappresenta un numero, diverso da ........, chiamato ........................ mentre *b* è un numero chiamato ..................

**b.** Nell'equazione $10x = -5$ il coefficiente dell'incognita è ........, il termine noto è ........ .

**c.** La soluzione dell'equazione $4x = 32$ si ottiene dividendo ........, quindi è ........ .

**2** Tra le seguenti equazioni riconosci quelle scritte in forma normale e colora le corrispondenti caselle.

$9x = 2$ • $x - 6 = 4x$ • $2x = -7$ • $2x - 5 = 0$
$3x = 4 + 6x$ • $8x = -2$ • $-12x = -6$ • $3x = \frac{1}{2}$

**3** Completa la tabella, risolvendo le equazioni date secondo lo schema proposto, come nell'esempio.

| equazione | regola del trasporto e riduzione dei termini simili | forma normale | soluzione |
|---|---|---|---|
| $3x - 7 + x = -4x + 1$ | $3x + x + 4x = +1 + 7$ | $8x = 8$ | $x = \frac{8}{8} = 1$ |
| $6x + 5x - 13 = -x + 5$ | | | |
| $x - 3x + 8 = x - 6x - 4$ | | | |
| $-7x + 3x - 1 = -9x + 9$ | | | |
| $x - 1 + 4x = -2 - 5x + 7$ | | | |

**4** Completa la tabella, risolvendo le equazioni con termini a coefficienti frazionari secondo lo schema proposto. Esegui i calcoli sul tuo quaderno.

| equazione | equazione equivalente a coefficienti interi | regola del trasporto e riduzione dei termini simili | forma normale | soluzione |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{2}{3}x - 2 = \frac{1}{2} - \frac{5}{6}x$ | $4x - 12 = 3 - 5x$ | $4x + 5x = 3 + 12$ | $9x = 15$ | $x = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$ |
| $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = -\frac{2}{3}x + 1$ | | | | |
| $\frac{2}{5}x - \frac{3}{10} = \frac{1}{2} + x$ | | | | |
| $\frac{x+3}{2} - \frac{2x}{3} = 1$ | | | | |
| $\frac{x-1}{12} + \frac{x-3}{6} = -\frac{1}{2}$ | | | | |

**5** Indovina il numero.

Un numero sommato al suo quadruplo e diminuito di $\frac{1}{2}$ è uguale al suo doppio sommato a $\frac{3}{2}$. Scrivi l'equazione e risolvila.

..........................................................................

..........................................................................

Mi esercito a p. 266

# Discussione e verifica di un'equazione di primo grado


*Le equazioni hanno sempre una soluzione? Luca crede di sì, Katia invece dice di no. Chi dei due ha ragione?*

Consideriamo un'equazione scritta nella forma normale $ax = b$ e **discutiamo** insieme la sua soluzione $x = \frac{b}{a}$ nei seguenti casi.

- Se $a$ è un numero diverso da zero, l'equazione ha una sola soluzione, che è $x = \frac{b}{a}$.

**Esempi** $4x = 8$, da cui $x = \frac{8}{4} = 2$; $3x = 0$, da cui $x = \frac{0}{3} = 0$

L'equazione si dice **determinata**, perché ammette una sola soluzione.

$ax = b$ con $a \neq 0$ determinata
$0x = 0$ indeterminata
$0x = b$ impossibile

- Se $a = 0$ e $b = 0$, l'equazione assume la forma $0x = 0$.
  L'equazione si dice **indeterminata** perché le sue soluzioni sono infinite; infatti qualsiasi numero moltiplicato per zero dà per risultato zero.

- Se $a = 0$ e $b \neq 0$, l'equazione diventa $0x = b$.

**Esempio** $0x = 7$

L'equazione si dice **impossibile** perché non ha alcuna soluzione; infatti, nessun numero moltiplicato per zero dà come prodotto un numero $b$ diverso da zero.

Dopo aver risolto un'equazione, per verificare l'esattezza della soluzione, sostituiamo all'incognita $x$ il valore trovato ed eseguiamo separatamente i calcoli indicati nel primo e nel secondo membro dell'equazione di partenza. Se il primo membro risulta uguale al secondo membro, la soluzione è esatta. Questo procedimento si chiama **verifica** dell'equazione.

**Esempio** Risolviamo l'equazione $3x - 2 - 5x = -8x + 10$.

$3x - 2 - 5x = -8x + 10$
$3x - 5x + 8x = +10 + 2$
$6x = 12$
$x = \frac{12}{6} = 2$

**Verifichiamo** che la soluzione dell'equazione è $x = 2$, sostituendo all'incognita $x$ il valore 2, sia nel primo sia nel secondo membro dell'equazione data.

| primo membro | secondo membro |
|---|---|
| $3x - 2 - 5x$ | $-8x + 10$ |
| $3 \cdot 2 - 2 - 5 \cdot 2$ | $-8 \cdot 2 + 10$ |
| $6 - 2 - 10$ | $-16 + 10$ |
| $-6$ | $-6$ |

La soluzione $x = 2$ è esatta perché i due membri dell'equazione sono uguali.



**1** Completa le frasi seguenti.

a. Data l'equazione $3x = 15$ la sua soluzione è $x = \frac{15}{3} = 5$. Si dice che l'equazione è .......... perché ammette una .......... soluzione.

b. Data l'equazione $0x = 0$, i valori che può assumere $x$ sono ........... Si dice che l'equazione è ...........

c. Un'equazione del tipo $ax = b$ si dice impossibile se ........... Fai un esempio: ...........

**2** Spiega perché l'equazione $0x = 9$ è impossibile. ..........

**3** Fare la verifica di un'equazione significa sostituire in .......... i membri la .......... trovata e verificare che il .......... membro è .......... al secondo ...........

**4** Completa la tabella, sostituendo nell'equazione $ax = b$ ad $a$ e $b$ i valori indicati e risolvendola nei diversi casi.

| valori | soluzione dell'equazione $ax = b$ | tipo di equazione |
|---|---|---|
| $a = 3$ • $b = 27$ | $3x = 27$ da cui $x =$ .......... | |
| $a = 0$ • $b = 6$ | | |
| $a = 2$ • $b = 12$ | | |
| $a = 0$ • $b = 0$ | | |
| $a = 8$ • $b = 0$ | | |

**5** Dopo aver risolto le seguenti equazioni, stabilisci se è determinata (D), indeterminata (IN), impossibile (IM) e scrivilo nei quadratini.

a. $-7x - 8 + 2x = x - 6x - 4$ ☐

b. $9x + 4 - 4x = 8 - 2x + 7$ ☐

c. $6 - 8x + 1 + 3x = 4 - 5x + 3$ ☐

**6** **IL PROBLEMA DI OGGI** Risultati discordanti

È data l'equazione $4x + 4 - 3x + 10 = 5x + 6$. Risolvendo l'equazione,
- Fulvio ha trovato che $x = -2$
- per Alessia la soluzione è $x = -1$
- mentre Lidia dice che $x = 2$.

Per sapere chi ha ragione, verifica quale soluzione è corretta sostituendo alla $x$ il valore trovato da ciascuno dei tre ragazzi.

Verifica

| primo membro | secondo membro |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

La soluzione corretta è ...........

Mi esercito a p. 272

# Risolvere problemi con le equazioni

## PROBLEMI ARITMETICI

Alcuni problemi possono essere risolti mediante un'equazione, cioè con il **metodo algebrico**.
Le varie fasi che conducono alla risoluzione di un problema sono sintetizzate nei seguenti passaggi:

- **leggere** attentamente il testo del problema;
- **stabilire** qual è la grandezza o il numero che esprime l'incognita $x$;
- **tradurre** in un'equazione la relazione tra l'incognita $x$ e i dati del problema;
- **risolvere** l'equazione e **verificare** che la soluzione trovata sia accettabile per il problema.

La soluzione deve essere un numero naturale se indica persone, animali, oggetti ben distinti, un numero positivo nel caso in cui si riferisca alla misura di un segmento, alla lunghezza dei lati, al perimetro, all'area, al volume di una figura geometrica ecc.

### Problema

A un torneo di tennis partecipano 48 persone.
Se le donne sono $\frac{3}{5}$ degli uomini, quanti sono gli uomini?
E le donne?

| dati | incognite |
|---|---|
| numero di persone = 48 | uomini |
| numero di donne = $\frac{3}{5}$ numero di uomini | donne |

Per rappresentare l'enunciato puoi aiutarti con disegni lineari.


**Il metodo di risoluzione**

| A parole | Nel linguaggio matematico |
|---|---|
| Indico con $x$ il numero degli uomini, quindi il numero delle donne è $\frac{3}{5}x$. La somma degli uomini e delle donne è uguale a 48. **Imposto l'equazione** che risolve il problema. | $x + \frac{3}{5}x = 48$ |
| **Risolvo** l'equazione per calcolare il valore di $x$. | $x + \frac{3}{5}x = 48$<br>$5x + 3x = 48 \cdot 5$<br>$8x = 240$<br>$x = \frac{240}{8} = 30$ (numero uomini) |
| Dal valore di $x$ **deduco** il valore di $\frac{3}{5}x$. | $\frac{3}{5}x = \frac{3}{\cancel{5}_1} \cdot \cancel{30}^6 = 18$ (numero donne)<br>oppure: $48 - 30 = 18$. |

La soluzione $x = 30$ è **accettabile** per il problema perché $x$, che esprime il numero degli uomini, è un numero naturale.

**Risposta** Il numero degli uomini è 30, il numero delle donne 18.

SEGUE a p. 254



**1** Completa la tabella, trasformando in linguaggio algebrico le indicazioni in essa contenute.

| numero | il triplo aumentato di 4 | il quadruplo dei suoi $\frac{5}{6}$ | il doppio diminuito di 7 |
|---|---|---|---|
| $x$ | | | |

**2** **DALLE PAROLE AI SIMBOLI** Tenendo conto dell'esempio, scrivi l'equazione che traduce ciascuno dei seguenti enunciati.

| parole | simboli |
|---|---|
| Filippo e Tommaso collezionano cartoline straniere. Se complessivamente ne hanno 370 e Tommaso ne ha 60 in più di Filippo, quante cartoline ha ciascuno di loro? | $x$ = numero cartoline di Filippo.<br>$x + 60$ = numero cartoline di Tommaso.<br>$\underbrace{x}_{\text{Filippo}} + \underbrace{(x+60)}_{\text{Tommaso}} = \underbrace{370}_{\text{totale}}$ |

a. In una fattoria si contano 125 animali tra vitelli e tacchini. Sai che il numero dei tacchini superano di 45 unità quello dei vitelli. Calcola il numero dei vitelli e quello dei tacchini.
Poni $x$ = numero dei vitelli.

b. In una classe di 28 alunni, il numero delle femmine è il triplo di quello dei maschi.
Quante sono le femmine?
E quanti i maschi?
Poni $x$ = numero dei ..........

c. La somma di due numeri è 65 e il primo è $\frac{2}{11}$ del secondo. Quali sono i due numeri?
Poni $x$ = ..........

## PROBLEMI GUIDATI

**Traduci gli enunciati dei problemi in altrettante equazioni e risolvile.**

**3** Marta, Sandra e Carla hanno complessivamente 77 perline. Sandra ne ha 11 più di Marta e Carla 17 meno di Sandra. Quante perline ha ciascuna delle tre ragazze?

$x$ + ($x$ + ..........) + ($x$ + .......... − 17) = 77
↑ ↑ ↑
Marta .......... .......... [24; 35; 18]

**4** Un numero, aggiunto al suo consecutivo e diminuito della sua terza parte, è uguale a 16. Qual è il numero?

$x + (x + 1) -$ .......... $= 16$
↑
consecutivo di $x$ [9]

**5** Un fruttivendolo compra un certo quantitativo di arance e ne vende prima $\frac{2}{5}$ e dopo $\frac{1}{15}$.
Se 40 kg di arance rimangono invendute, quanti kilogrammi aveva acquistato?

$\frac{2}{5}x$ + .......... $+ 40 = x$ [75 kg]

Mi esercito a p. 282