

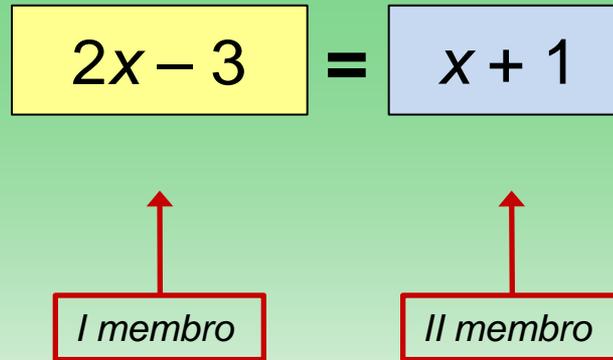
Chiamiamo **equazione** l'uguaglianza tra due espressioni algebriche, che è verificata solo per particolari valori che vengono attribuiti alle variabili.

L'espressione che si trova a sinistra del simbolo di uguaglianza si chiama **primo membro**, quella che si trova a destra si chiama **secondo membro**.

Le variabili delle due espressioni si chiamano **incognite**.

**ESEMPIO**

$$\boxed{2x - 3} = \boxed{x + 1}$$



**Incognita:** è la lettera  $x$

**Dominio :** è l'insieme dei valori che si possono attribuire a  $x$

**Soluzione:** è il valore di  $x$  che rende vera l'uguaglianza

### EQUAZIONI DETERMINATE, INDETERMINATE, IMPOSSIBILI

Un'equazione di dominio  $D$  si dice:

- ◆ **determinata** se ha un numero finito di soluzioni in  $D$ ;
- ◆ **indeterminata** se ne ha un numero infinito;
- ◆ **impossibile** se non ha soluzioni in  $D$ .

#### ESEMPI

$$x - 2 = 3$$

L'equazione è **determinata** perché ha come sola soluzione 5.

$$1 - 2x = (x - 1)^2 - x^2$$

L'equazione è **indeterminata** perché il primo membro è sempre uguale al secondo.

$$x + 4 = x$$

L'equazione è **impossibile** perché non esiste un valore di  $x$  che sommato a 4 dia ancora  $x$ .

L'equazione può contenere altre lettere oltre all'incognita; queste lettere si chiamano **parametri**.

Per convenzione le incognite delle equazioni vengono indicate con le ultime lettere dell'alfabeto internazionale, quindi  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ; i parametri con le prime, quindi  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e così via.

The diagram shows the equation  $ax - 2 = 3x + a$ . A blue bracket above the equation spans from the 'a' in 'ax' to the 'a' in '+ a', with a box labeled 'Parametro' above it. A red bracket below the equation spans from the 'x' in '3x' to the 'x' in 'ax', with a box labeled 'Incognita' below it.

**Parametro:** è una lettera che compare nell'equazione, ma che si suppone abbia un valore fisso anche se non noto a priori.

**Incognita:** è la lettera di cui si vuole trovare il valore che soddisfa l'equazione.

### CLASSIFICHIAMO LE EQUAZIONI

◆ **Equazioni numeriche:**

oltre alla  $x$ , non contengono altre lettere

$$1 + x = \frac{2x - 1}{3}$$

◆ **Equazioni letterali :**

oltre alla  $x$  contengono anche dei parametri

$$ax + 2 = (a - 1)x + a$$

◆ **Equazioni intere:**

l'incognita non compare al denominatore

$$\frac{x + 1}{3} - \frac{1}{2}x = \frac{2x - 1}{3}$$

◆ **Equazioni frazionarie:**

l'incognita si trova in almeno uno dei denominatori

$$\frac{x - 1}{x + 1} - \frac{2x + 3}{4} = 1$$

Due equazioni sono **equivalenti** se hanno le stesse soluzioni.

### ESEMPIO

$$3x = 6$$

e

$$x + 3 = 5$$

Esse sono diverse nella forma, ma entrambe determinate con la stessa soluzione  $x = 2$ :

$$3x = 6$$



2



$$3 \cdot 2 = 6$$

$$x + 3 = 5$$



2



$$2 + 3 = 5$$

## PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

**Teorema.** Se si **aggiunge** o toglie a entrambi i membri di un'equazione una stessa espressione algebrica, che ha lo stesso dominio dell'equazione data, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

$$\boxed{A} = \boxed{B}$$

$$\boxed{A} + \textcircled{P} = \boxed{B} + \textcircled{P}$$

$$5x + 6 = 8x - 10 \quad \vee$$

$$5x + 6 - 6 - 8x = 8x - 10 - 6 - 8x$$

L' applicazione di questo principio ci permette di passare da un' equazione ad un' altra equivalente via via più semplice, che permette di determinare il valore di  $x$ .

$$2x - 5 = x - 2$$

**Applichiamo il primo principio di equivalenza**

Aggiungiamo **+5** ad entrambi i membri

$$2x - 5 \quad \boxed{+5} = x - 2 \quad \boxed{+5}$$

Riduciamo i termini simili

$$2x = x + 3$$

Sottraiamo  **$x$**  ad entrambi i membri

$$2x \quad \boxed{-x} = x + 3 \quad \boxed{-x}$$

Riduciamo i termini simili e otteniamo

$$x = +3 \quad \text{che è la soluzione cercata}$$

### CONSEGUENZE DEL PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

**Regola del trasporto.** Si può spostare un termine da un membro all'altro di un'equazione purché gli si cambi segno.

Di conseguenza una qualunque equazione si può sempre scrivere nella forma  $E(x) = 0$ , dove  $E(x)$  è l'espressione che si ottiene spostando tutti i termini al primo membro.

#### ESEMPIO

$$2x + 1 = 4 - x$$

$$2x + 1 + x = 4$$


$$2x + 1 + x - 4 = 0$$


**Regola di cancellazione.** Se nei due membri di un'equazione compaiono due addendi uguali, uno per ogni membro, questi possono essere soppressi.

**ESEMPIO**

$$2x + 3 = 5x + 3$$

*Sono uguali*



$$2x = 5x$$

## SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

**Teorema.** Se si **moltiplicano** entrambi i membri per uno stesso numero diverso da zero, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

$$\boxed{A} = \boxed{B}$$

$$\boxed{A} \cdot \textcircled{P} = \boxed{B} \cdot \textcircled{P}$$

$$5x + 6 = 8x - 10 \quad \vee$$

$$(5x + 6) \cdot 4 = (8x - 10) \cdot 4$$

### CONSEGUENZE DEL SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

**Regola di semplificazione.** Si possono semplificare tutti i termini di un'equazione per uno stesso fattore comune, purché diverso da zero.

#### ESEMPIO

$$3x - 6 = 9$$

Tutti i termini sono divisibili per 3.



$$\frac{3x}{3} - \frac{6}{3} = \frac{9}{3}$$



$$x - 2 = 3$$

**Regola del cambio dei segni.** Se si cambiano i segni a tutti i termini di un'equazione, in entrambi i membri, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

**ESEMPIO**

$$-2x - 3 = x - 1$$



$$2x + 3 = -x + 1$$

**Regola della riduzione a coefficienti interi.** Da un'equazione a coefficienti frazionari si può passare ad un'equazione a coefficienti interi moltiplicando entrambi i membri per il *m.c.m.* fra i denominatori di tutte le frazioni.

**ESEMPIO**

$$\frac{1}{3}x + 1 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{6} \quad m.c.m. (3, 2, 6) = 6$$

$$6 \left( \frac{2x + 6}{6} \right) = \left( \frac{3x - 1}{6} \right) 6$$

$$2x + 6 = 3x - 1$$

### IL GRADO DI UN' EQUAZIONE

Un' equazione intera si può sempre scrivere in **forma normale** come  $E(x) = 0$ , dove  $E(x)$  è un polinomio.

Quando un' equazione è scritta in questa forma, si dice **grado** dell' equazione il grado complessivo del polinomio  $E(x)$ . Ad esempio:

$$2x - 3 = 0$$

È un' equazione di **primo grado**.

$$4x^2 - 6x + 3 = 0$$

È un' equazione di **secondo grado**.

$$6x^3 - 7x + 1 = 0$$

È un' equazione di **terzo grado**.